

Shape from Shading als Steuerungsproblem: Ein- und Mehrbildverfahren

Zusammenfassung:

Beim Shape from Shading soll aus einem Luftbild $I_1(s_1, s_2): \Omega \rightarrow [0, 1]$ die Gestalt $x(s_1, s_2)$ der fotografierten Oberfläche rekonstruiert werden (Einbildverfahren). Unter Standardannahmen befindet sich x unter den Lösungen der HORNSchen Gleichung

$$(R): \quad I_1(s) = \frac{1}{\sqrt{1 + x_{s_1}(s)^2 + x_{s_2}(s)^2}} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -x_{s_1}(s) \\ -x_{s_2}(s) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x \in W_0^{1,\infty}(\Omega, \mathbb{R}),$$

worin $(\eta_1, \eta_2, \eta_3)^T$ die Lichteinfallrichtung bezeichnet. Das Randwertproblem (R) ist unterbestimmt und besitzt im allgemeinen überabzählbar viele Lösungen mit gleichmäßig beschränkten Gradienten. In der Literatur ersetzt man daher (R) durch ein Variationsproblem (V) der Gestalt

$$(V): \quad F(x) = \int_{\Omega} \left(I_1(s) \sqrt{1 + x_{s_1}(s)^2 + x_{s_2}(s)^2} - \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -x_{s_1}(s) \\ -x_{s_2}(s) \\ 1 \end{pmatrix} \right)^2 ds \\ + \mu \cdot \int_{\Omega} R(\nabla x(s), \nabla^2 x(s)) ds \longrightarrow \inf!; \quad x \in W_0^{2,p}(\Omega, \mathbb{R}^2).$$

Der erste Term im Zielfunktional minimiert den Defekt in der HORNSchen Gleichung, der zweite ist ein sog. Regularisierungsterm, der die eindeutige Lösung der Aufgabe erzwingen soll. Die Ersetzung der Randwertaufgabe (R) durch das Variationsproblem (V) ist jedoch grundsätzlicher Kritik ausgesetzt:

- Begrenzte Tragweite der Einbildverfahren: Die eindeutige Lösung von (V) stimmt nicht notwendig mit der tatsächlich fotografierten Oberfläche überein.
- Zu glatte Oberflächen: In (V) ist man auf Oberflächen eingeschränkt, die mindestens im verallgemeinerten Sinne zweite Ableitungen $\nabla^2 x(s)$ besitzen. Realistisch wäre dagegen die Untersuchung von Lipschitzflächen.
- Vernachlässigung impliziter Gradientenbeschränkungen: In (V) bleibt die Beschränkung $|\nabla x(s)| \leq R$ unberücksichtigt. Nimmt man sie hinzu, so muß die Aufgabe als mehrdimensionales Steuerungsproblem behandelt werden.

Das *Ziel der Arbeit* besteht darin, nach dem Vorschlag von [WAGNER 09] anstelle von (V) mehrdimensionale Steuerungsprobleme numerisch zu lösen. Dabei sollen Ein- und Mehrbildverfahren erprobt werden. Außerdem sollen Vorabinformationen über die Gestalt der Oberfläche x in die Optimierung einbezogen werden. Die Güte der Lösungen soll mit denen einer existierenden Variationsmethode verglichen werden.

Arbeitsschritte:

* Einarbeitung ins Shape-from-Shading-Problem und seiner Lösung mit Variationsmethoden anhand [PRADOS/FAUGERAS 06], [ZHANG/TSAI/CRYER/SHAH 99] und [DUROU/FALCONE/SAGONA 04]

- * Einarbeitung in die Behandlung mehrdimensionaler Steuerungsprobleme anhand von [WAGNER 09]
- * Vergleichende Betrachtung von Ein- und Mehrbildverfahren (siehe [DUROU/FALCONE/SAGONA 04], [NOAKES/KOZERA 03] und [PIECHULLEK 00])
- * Auswahl, Implementation und Dokumentation eines numerischen Verfahrens zur Lösung des Shape-from-Shading-Problems als Variationsproblem
- * Aufbau eines numerischen Verfahrens zur Lösung der Steuerungsprobleme $(P)_4$ und $(P)_4^c$ aus [WAGNER 09] (Einbildverfahren) mit direkten Methoden, orientiert an [BRUNE/MAURER/WAGNER 09] und der dort zitierten Literatur
- * Versuchsreihe ohne Vorinformationen über die Oberfläche: Vergleich der Güte der Lösungen mit der Variationsmethode. Treten die in [BARNES/ZHANG 00] beschriebenen Erscheinungen auf?
- * Versuchsreihe mit Vorinformationen über die Oberfläche (lokale Beschränkungen fürs Gefälle)
- * Aufbau von numerischen Verfahren zur Lösung der Steuerungsprobleme $(P)_5$ und $(P)_6$ aus [WAGNER 09] (Mehrbildverfahren) mit direkten Methoden
- * Versuchsreihen mit/ohne Vorinformationen, Bewertung der Ergebnisse im Vergleich zu den untersuchten Einbildverfahren

Literatur:

1. [BARNES/ZHANG 00] Barnes, I.; Zhang, K.: *Instability of the eikonal equation and Shape from Shading*. M2AN Mathematical Modelling and Numerical Analysis **34** (2000), 127 – 138
2. [BRUNE/MAURER/WAGNER 09] Brune, C.; Maurer, H.; Wagner, M.: *Detection of intensity and motion edges within optical flow via multidimensional control*. SIAM J. Imaging Sci. **2** (2009), 1190 – 1210
3. [DUROU/FALCONE/SAGONA 04] Durou, J.-D.; Falcone, M.; Sagona, M.: *A survey of numerical methods for Shape from Shading*. IRIT, Université Paul Sabatier, Toulouse, Rapport de recherche IRIT No. 2004-2-R
4. [NOAKES/KOZERA 03] Noakes, L.; Kozera, R.: *Nonlinearities and noise reduction in 3-source photometric stereo*. J. Math. Imaging Vision **18** (2003), 119 – 127
5. [PIECHULLEK 00] Piechullek, C.: *Oberflächenrekonstruktion mit Hilfe einer Mehrbild-Shape-from-Shading-Methode*. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München, München 2000 (Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Dissertationen, Reihe C, Heft Nr. 518)
6. [PRADOS/FAUGERAS 06] Prados, E.; Faugeras, O.: *Shape from Shading*. In: Paragios, N.; Chen, Y.; Faugeras, O. (Eds.): *Handbook of Mathematical Models in Computer Vision*. Springer; New York etc. 2006, 375 – 388
7. [WAGNER 09] Wagner, M.: *Pontryagin's maximum principle for multidimensional control problems in image processing*. J. Optim. Theory Appl. **140** (2009), 543 – 576
8. [ZHANG/ TSAI/CRYER/SHAH 99] Zhang, R.; Tsai, P.-S.; Cryer, J. E.; Shah, M.: *Shape from shading: a survey*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence **21** (1999), 690 – 706

Kontakt:

Marcus Wagner, Universität Leipzig, Mathematisches Institut, Postfach 10 09 20, D-04009 Leipzig.
Tel.: 0341 / 97 32 105; e-Mail: marcus.wagner@math.uni-leipzig.de

Zuletzt geändert: 19.08.2011