

Testatfragen zur Vorlesung
"Optimierung mit Lipschitzfunktionen" (I)

1. Beweise, daß das Produkt zweier Lipschitzfunktionen $f, g \in \text{Lip}(\Omega, \mathbb{R})$ erneut eine Lipschitzfunktion ist.
2. Wie kann man $\text{Lip}(\Omega, \mathbb{R})$ normieren? Weise die Normeigenschaften nach.
3. Was versteht man unter dem Spektralradius einer (n, n) -Matrix?
4. Wie lautet das Courantsche Maximum-Minimum-Prinzip?
5. Stelle die Definitionen für Konvexität, Rang-1-Konvexität und separate Konvexität einer Funktion $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ gegenüber.
6. Zeige, daß eine separat konvexe Funktion $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ auf jeder Würfelumgebung des Nullpunktes nach oben beschränkt ist.
7. Erkläre: m -dimensionale Lebesguesche Nullmenge.
8. Welcher Zusammenhang besteht zwischen einer m -dimensionalen Lebesgueschen Nullmenge $E \subset \mathbb{R}^m$ und ihren eindimensionalen Schnitten?
9. Wie lautet das Fundamentallemma der Variationsrechnung?
10. Erkläre: unterhalbstetige Funktion $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$. Wie ist $\liminf_{y \rightarrow x} f(y)$ definiert?
11. Nenne den Satz von Rademacher und erläutere den verwendeten Ableitungsbegriff.
12. Gib die Regel der partiellen Integration für Differenzenquotienten an.
13. Erkläre: verallgemeinerte Ableitung bzw. verallgemeinerte partielle Ableitung einer Funktion $F \in L(\Omega)$.
14. Was kann man über die Existenz von verallgemeinerten Ableitungen von Lipschitzfunktionen aussagen?
15. Wie kann der Satz von Rademacher auf unendlichdimensionale Banachräume verallgemeinert werden?

Testatfragen zur Vorlesung
“Optimierung mit Lipschitzfunktionen” (II)

16. Definiere Clarke-Richtungsableitung $f^\circ(x, v)$ und Clarke-Subdifferential $\partial^\circ f(x)$ für eine lokal Lipschitz-stetige Funktion $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$.
17. Was versteht man unter der Stützfunktion einer konvexen Menge $C \subseteq \mathbb{R}^m$?
18. Bestimme das Clarke-Subdifferential der Maximumfunktion $f(x) = \max_{1 \leq i \leq n} x_i$.
19. $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ sei (global) Lipschitz-stetig. Gib eine explizite Darstellung für $\partial^\circ f(x)$ an.
20. Beweise, daß $\partial^\circ f(x)$ einpunktig ist, sobald f auf einer Umgebung von x stetig differenzierbar ist.
21. Wann heißt eine Funktion $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ in $x \in \text{int}(\Omega)$ regulär? Gib Beispiele an.
22. Nenne den verallgemeinerten Mittelwertsatz von Lebourg.
23. Wie lautet die verallgemeinerte Produktregel?
24. $C \subseteq \mathbb{R}^m$ sei eine abgeschlossene Menge. Beschreibe das Clarke-Subdifferential der Abstandsfunktion $\text{Dist}(x, C)$ im Punkt $x \in C$.
25. Erkläre: konvexer Kegel, Dualkegel.
26. Definiere: Clarke-Tangentialkegel und Clarke-Normalkegel an eine abgeschlossene Menge $C \subseteq \mathbb{R}^m$ im Punkt x .
27. Formuliere die notwendigen Optimalitätsbedingungen für die restringierten Aufgaben $(P)_2$ und $(P)_3$.
28. Erläutere das Gradientenverfahren zur freien Minimierung einer differenzierbaren Funktion $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$.
29. Erläutere das Subgradientenverfahren zur freien Minimierung einer konvexen Funktion $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$.
30. Wie müssen die Schrittweiten im Subgradientenverfahren gewählt werden, um Konvergenz zu sichern?