Dr. Marcus Wagner
BTU Cottbus, Mathematisches Institut, Lehrstuhl Optimierung
Vorlesung "Konvexe Analysis" (FS 2004)

Konvexe Analysis (2-std. Vorlesung im FS 2004) — Inhaltsübersicht

I. Einleitung

1. Gegenstand; historische Anmerkungen
2. Grundlegende Definitionen und Beispiele
3. Minkowski-Arithmetik
4. Wiederholung: Affine Strukturen in $X = \mathbb{R}^n$

II. Konvexe Mengen (in endlichdimensionalen Räumen)

1. Algebraische Eigenschaften; konvexe Hülle
2. Spezialfall konvexer Kegel; konvexe Kegelhülle
3. Topologische Eigenschaften konvexer Mengen
4. Stützhyperebenen und Trennungssätze ("support and separation")
5. Duale Beschreibung konvexer Mengen
   - A) Die Polare
   - B) Der Dualkegel
   - C) Trennungssätze für konvexe Kegel
   - D) Anwendung auf konvexe Optimierungsaufgaben mit Ungleichungsnebenbedingungen
6. Struktur des (relativen) Randes konvexer Mengen
   - A) Extremalpunkte und Facetten
   - B) Facettenstruktur abgeschlossener, konvexer Mengen
   - C) Darstellung konvexer Mengen durch ihre Extremalpunkte

III. Polytope und kombinatorische Fragen der konvexen Analysis

1. Graphen und Polytope
2. Planare Graphen, 3-dimensionale Polytope und Eulersche Formel
3. Die Euler-Poincarésche Relation

IV. Konvexe Funktionen (auf endlichdimensionalen Räumen)

1. Algebraische Eigenschaften; konvexe Hüllfunktion
2. Konvexitätskriterien für differenzierbare Funktionen
3. Für die Optimierung relevante Eigenschaften konvexer Funktionen
4. Analytische Eigenschaften konvexer Funktionen
   - A) Stetigkeit und lokale Lipschitz-Stetigkeit
   - B) Richtungsableitungen und totales Differential
   - C) Subdifferentialrechnung
5. Duale Beschreibung konvexer Funktionen

V. Konvexe Körper (in endlichdimensionalen Räumen)

1. Die Stützfunktion
   - A) Definition und Eigenschaften
   - B) Bijektive Zuordnung zwischen nichtleeren, konvexen, kompakten Mengen und Stützfunktionen
   - C) Beschreibung geometrischer Kenngrößen durch die Stützfunktion
2. Die Hausdorffsche Metrik; Approximationssätze
3. Die Ungleichung von Brunn und Minkowski

VI. Hauptsätze der konvexen Analysis in unendlichdimensionalen Räumen