

Inhaltsverzeichnis.

1. Einleitung	1
1.1. Mehrdimensionale Steuerungsprobleme mit partiellen DGLen erster Ordnung	1
1.2. Gliederung der Arbeit; die wichtigsten Ergebnisse	3
1.3. Einige Vereinbarungen und Notationen	6
2. Quasikonvexe Funktionen, die den Wert $(+\infty)$ annehmen dürfen	8
2.1. Verallgemeinerte Konvexitätsbegriffe	8
2.2. Quasikonvexe Funktionen, die den Wert $(+\infty)$ annehmen dürfen	11
2.3. Die unterhalbstetige quasikonvexe Hüllfunktion $f^{(qc)}$	14
2.4. Quasikonvexität und die Fortsetzung des Integranden in (P) auf das Komplement von K	16
3. Darstellung von $f^{(qc)}$ durch Variation über Jacobimatrizen	20
3.1. Die auf K bezogene Hüllfunktion f^*	20
3.2. Stetigkeit, Halbstetigkeit und Meßbarkeit von f^*	23
3.3. Unterhalbstetige Fortsetzung $f^\#$ von $f^* _{\text{int}(K)}$ auf ∂K	28
3.4. Die Morreysche Integralungleichung für f^* und $f^\#$	33
3.5. Erster Darstellungssatz für $f^{(qc)}$	37
3.6. Zweiter Darstellungssatz für $f^{(qc)}$	39
3.7. Beispiele zur Berechnung von f^* und $f^{(qc)}$	41
a) Bestimmung von f^* auf den Facetten des vierdimensionalen Würfels $K = [-1, 1]^4$	41
b) Eine Funktion $f \in \mathcal{F}_K$ mit $f^{(qc)} \neq f^*$	44
c) f^* und $f^{(qc)}$ ändern sich unstetig bei Hausdorff-Approximation von K	46
4. Darstellung von $f^{(qc)}$ durch Variation über Wahrscheinlichkeitsmaße	48
4.1. Der metrische Raum $rca^{pr}(K)$ der Wahrscheinlichkeitsmaße auf K	48
4.2. Maßwertige Abbildungen	51
a) Verallgemeinerte Steuerungen ("Youngsche Maße")	51
b) Verallgemeinerte Jacobi-Steuerungen ("Youngsche Gradientenmaße")	54
c) Die Mittelwertsätze von KINDERLEHRER/PEDREGAL	55
4.3. Die mengenwertige Abbildung S^*	60
4.4. Halbstetige Fortsetzung $S^\#$ der mengenwertigen Abbildung S^* auf ∂K	65
4.5. Dritter Darstellungssatz für $f^{(qc)}$	70
5. Weitere Eigenschaften von $f^{(qc)}$	73
5.1. Die Jensensche Integralungleichung für $f^{(qc)}$	73
5.2. Differenzierbarkeit der Funktion $f^{(qc)}$	76
6. Relaxation des Modellproblems (P)	80
6.1. Relaxation mehrdimensionaler Variations- und Steuerungsprobleme	80
6.2. Relaxation von (P) durch Einsetzen von $f^{(qc)}$	81
6.3. Relaxation von (P) mit verallgemeinerten Steuerungen	87
7. Das Pontrjaginsche Maximumprinzip für Dieudonné-Rashevsky-Probleme	91
7.1. Das Maximumprinzip für die Aufgabe $(P)_0$ mit konvexem Integranden	92
7.2. Das Maximumprinzip für die Aufgabe $(P)^{(qc)}$ mit quasikonvexem Integranden	96

7.3. Weylsche Zerlegung der Multiplikatoren	104
8. Anwendungen: Mehrdimensionale Steuerungsprobleme in der Bildverarbeitung	108
8.1. Wiederherstellung und Glättung von Bilddaten (“image restoration”/“image smoothing”)	108
a) Die Aufgabenstellung	108
b) Diffusions- und Variationsmethoden	109
c) “Image restoration” bzw. “image smoothing” als mehrdimensionale Steuerungsprobleme	111
8.2. Optische Verschiebung und optischer Fluß (“optical flow”)	112
a) Die Aufgabenstellung	112
b) Variationsmethoden zur Bestimmung des optischen Flusses	113
c) Bestimmung der optischen Verschiebung bzw. des optischen Flusses als mehrdimensionale Steuerungsprobleme	114
8.3. Shape from Shading	116
a) Die Hornsche Gleichung	116
b) Variationsmethoden zur Rekonstruktion der Oberfläche	118
c) Shape from Shading als mehrdimensionales Steuerungsproblem	119
9. Anhang I: Maßtheorie und reelle Funktionen	122
9.1. Aussagen aus der Maßtheorie	122
9.2. Hilfssätze über Jacobimatrizen	123
9.3. Bairesche Klassifikation; unterhalbstetige Funktionen	124
10. Anhang II: Konvexe Analysis	126
10.1. Konvexe Körper	126
a) Grundbegriffe, Facetten, Extrempunkte	126
b) Maßtheoretische Eigenschaften	127
c) Hausdorff-Abstand und Approximationssätze	127
10.2. Weitere Eigenschaften konvexer Funktionen	128
a) Konvexität und Integration	128
b) Sätze über die konvexe Hüllfunktion	128
c) Fortsetzung konvexer Funktionen	130
d) Richtungsableitungen	130
10.3. Die Jensensche Integralungleichung	130
11. Anhang III: Mengenwertige Abbildungen	135
11.1. Painlevé-Kuratowski-Grenzwerte	135
11.2. Halbstetige und stetige mengenwertige Abbildungen	136
11.3. Meßbare mengenwertige Abbildungen; der Satz über den optimalen Selektor	137
12. Literaturverzeichnis	139
Danksagung	146
Tabelle der auftretenden Variations- und Steuerungsprobleme	147
Tabelle der Symbole und Notationen	148