Priv.-Doz. Dr. Marcus Wagner
Universität Leipzig, Mathematisches Institut
Vorlesung “Mengenwertige Abbildungen” (HS 2011/12)

Mengenwertige Abbildungen
(2-std. Vorlesung im HS 2011/12) — Inhaltsübersicht

I. Was sind mengenwertige Abbildungen, und warum sollten sie untersucht werden?

1. Natürliche Erweiterungen des Funktionsbegriffs
2. Typische Situationen, welche die Untersuchung mengenwertiger Abbildungen erfordern:
   A) Geometrie
   B) Umkehrfunktion
   C) Subgradienten
   D) Optimierung
   E) Differentialinklusionen

II. Mengenfolgen

1. Konvergenz im Sinne der Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie
2. Konvergenz im Sinne von Painlevé / Kuratowski
3. Der K-Limes und Konvergenz in Hausdorff-Metrik
4. Anmerkungen und Zusätze

III. Anwendung: Fraktale Bildkompression

1. Motivation und Grundgedanken
2. Kontraktive Abbildungen auf $[\mathcal{A}, \mathcal{H}]$
3. Schwarzweißbilder und fraktale Bildkompression mit globalen IFS
4. Graustufenbilder und fraktale Bildkompression mit lokalen IFS

IV. Halbstetige und stetige mengenwertige Abbildungen

1. Definitionen. Urbilder
2. Halbstetigkeit und Stetigkeit
3. Stetige Selektorfunktionen für halbstetige mengenwertige Abbildungen
4. Lipschitz-Stetigkeit (Überblick)
5. Anwendungen: Differentialinklusionen, Satz von Graves

V. Meßbare mengenwertige Abbildungen

1. Meßbare Funktionen und Produkte von σ-Algebren
2. Meßbare mengenwertige Abbildungen
3. Meßbare Selektorfunktionen für meßbare mengenwertige Abbildungen
4. Der Satz von Filippov

VI. Anwendung: Existenzsätze in der Steuerungstheorie

1. Differenzierbarkeit und Lipschitzfunktionen
2. Der Existenzsatz für die Aufgabe mit Mayer-Zielfunktional
3. Der Existenzsatz für die Aufgabe mit Bolza-Zielfunktional
4. Beispiele
   A) Weiche Landung eines Raumflugkörpers
   B) Glättung verrauschter Bilddaten mit gleichzeitiger Kantenerkennung
   C) Ein Gegenbeispiel: Shape from Shading

VII. Ausblick: Wichtige Gegenstände, die nicht behandelt wurden