Dr. Marcus Wagner
BTU Cottbus, Mathematisches Institut, Lehrstuhl Optimierung
Seminar "Konvexe Optimierung" (HS 2000/01)

Konvexe Optimierung: Testatfragen (I)

1. Gegeben sei eine Funktion $f\colon \mathrm{B} \to \mathbb{R}$. Wie ist die Zahl $\gamma = \inf \{ f(x) \mid x \in \mathrm{B} \}$ erklärt?
2. Wann heißt $\hat{x}$ globale bzw. lokale Minimallösung für das Optimierungsproblem (P): Min $f(x)$, $x \in \mathrm{B} \subseteq \mathbb{R}^n$?
3. Wie ändert sich der Minimalwert eines Optimierungsproblems bei Einschränkung des zulässigen Bereiches?
4. Erkläre: (schwache) Dualität zwischen den Optimierungsproblemen (P) und (D).
5. Nenne den Satz von Weierstraß.
6. Nenne zwei hinreichende Bedingungen, unter denen eine stetige Funktion ihr Minimum auf einer unbeschränkten Menge $\mathrm{B} \subseteq \mathbb{R}^n$ annimmt.
7. Definiere: konvexe Menge $\mathrm{M} \subseteq \mathbb{R}^n$.
8. Was versteht man unter der konvexen Hülle einer Menge $\mathrm{M} \subseteq \mathbb{R}^n$?
9. Wie kann die konvexe Hülle einer Menge $\mathrm{M} \subseteq \mathbb{R}^n$ nach dem Satz von Carathéodory dargestellt werden?
10. Erkläre: Extremalpunkt einer konvexen Menge (Definition durch Negativeigenschaft).
11. Welche Eigenschaften hat eine Stütz(hyper)ebene für eine konvexe Menge $\mathrm{M} \subset \mathbb{R}^n$ durch einen Randpunkt $y \in \partial\mathrm{M}$?
12. Wann können zwei konvexe Mengen durch eine Hyperebene getrennt werden?
13. Definiere: konvexe Funktion f auf konvexem Definitionsbereich $\mathrm{B} \subseteq \mathbb{R}^n$.
14. Wie ist der Epigraph einer Funktion $f\colon \mathrm{B} \to \mathbb{R}$ definiert?
15. Beweise: Eine Funktion f mit konvexem Definitionsbereich ist genau dann konvex, wenn ihr Epigraph eine konvexe Menge ist.
16. Wann heißt eine quadratische Matrix positiv definit bzw. positiv semidefinit?
17. Wie kann man eine hinreichend oft differenzierbare Funktion mit Hilfe ihrer ersten bzw. zweiten partiellen Ableitungen auf Konvexität testen?
18. Was versteht man unter dem Subdifferential einer konvexen Funktion $f\colon \mathrm{B} \to \mathbb{R}$ in einem Punkt $x_0 \in \mathrm{B}$? Deute das Subdifferential geometrisch.
19. In welchen Punkten ihres Definitionsbereichs ist eine konvexe Funktion stetig?
20. Welche Eigenschaften hat die Menge der Minimalstellen einer konvexen Funktion?

Dr. Marcus Wagner
BTU Cottbus, Mathematisches Institut, Lehrstuhl Optimierung
Seminar “Konvexe Optimierung” (HS 2000/01)

Konvexe Optimierung: Testatfragen (II)

21. Gib die Standardform einer linearen Optimierungsaufgabe (LOP) an.

22. Erkläre: Schlupfvariable.

23. Welche Gestalt hat der zulässige Bereich B einer linearen Optimierungsaufgabe?

24. Wie kann man einen Eckpunkt von B charakterisieren?

25. Was versteht man unter Basislösungen bzw. zulässigen Basislösungen?

26. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Basislösungen und Eckpunkten?

27. Was kann man an einem Simplextableau ablesen? Deute alle auftretenden Größen.

28. Wie erkennt man im Simplextableau, daß eine Minimalstelle erreicht ist?

29. Wie erkennt man im Simplextableau, daß die Zielfunktion unbeschränkt fällt?

30. Wie erfolgt die Auswahl des Pivotelements beim Simplexverfahren, und nach welcher Vorschrift wird das Tableau umgerechnet?

31. Was versteht man unter einem entarteten Eckpunkt?

32. Erkläre (am Beispiel) die Hilfszielfunktionsmethode.

33. Finde zu einem LOP (P) in Standardform die duale Aufgabe (D).

34. Welche Fälle können für die Lösbarkeit von (P) und (D) auftreten?

35. Welche Zuordnung besteht zwischen zulässigen Eckpunkten in (P) und Schnittpunkten in (D)?

36. Nenne den Satz vom komplementären Schlupf für Optimallösungen von (P) und (D).

Dr. Marcus Wagner
BTU Cottbus, Mathematisches Institut, Lehrstuhl Optimierung
Seminar "Konvexe Optimierung" (HS 2000/01)

Konvexe Optimierung: Testatfragen (III)

37. Erkläre: stationärer Punkt einer Funktion $f \in C^1(\mathbb{R}^n)$.

38. Erkläre: Abstiegsrichtung in einem zulässigen Punkt $x_0 \in \mathrm{B}$.

39. Stelle für eine Aufgabe mit Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen die Lagrangefunktion auf.

40. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den globalen Minimalstellen der Lagrangefunktion und den globalen Minimalstellen der ursprünglichen Aufgabe?

41. Nenne die Stationaritätsbedingungen nach Karush-Kuhn-Tucker und Fritz-John.

42. Was versteht man unter einer verallgemeinerten Slaterbedingung?

43. Nenne das Kuhn-Tucker-Theorem für konvexe Optimierungsaufgaben.

44. Wie lauten die Sattelpunktbedingungen nach Karush-Kuhn-Tucker und Fritz-John?

45. Wann sind sie notwendige bzw. hinreichende Optimalitätsbedingungen?

46. Definiere: Tangentialkegel.

47. Was besagt die LICQ in einer Aufgabe mit Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen?

48. Forme eine Aufgabe mit Ungleichungsnebenbedingungen in eine freie Minimierungsaufgabe mit Barrierefunktion um.

49. Forme eine Aufgabe mit Gleichungsnebenbedingungen in eine freie Minimierungsaufgabe mit Straffunktion um.

50. Welche Zusammenhänge bestehen zwischen den Lösungen dieser Aufgaben?