Dr. Marcus Wagner
BTU Cottbus, Mathematisches Institut, Lehrstuhl Optimierung
Vorlesung "Fourieranalysis" (FS 2003)

Testatfragen zur Vorlesung "Fourieranalysis" (I)

1. "$p(x)$ wird auf $[\,a\,,\,b\,]$ durch die Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k\,(x-x_0)^k$ dargestellt." Was bedeutet diese Aussage?
2. Wie lauten die Koeffizienten c_k, wenn $p(x)$ durch obige Potenzreihe dargestellt wird?
3. Wann gehört eine komplexwertige Funktion zum Raum $L^2[\,-\pi\,,\,\pi\,]$?
4. Wie ist das Skalarprodukt auf dem Raum der komplexwertigen Funktionen $L^2[\,-\pi\,,\,\pi\,]$ erklärt?
5. Welche Eigenschaften hat das System der Funktionen $\{\,e^{ikx}/\sqrt{2\pi}\,\}\,,\ k\in\mathbb{Z}$?
6. "$f(x)$ wird auf $[\,a\,,\,b\,]$ durch seine Fourierreihe $\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} \hat{f}(k)\,e^{ikx}$ dargestellt." Was bedeutet diese Aussage?
7. Wie lauten die Fourierkoeffizienten $\hat{f}(k)$ zu $f\in L^2[\,-\pi\,,\,\pi\,]$?
8. Welche Funktionen können durch eine Fourierkosinusreihe dargestellt werden, und wie lauten die Koeffizienten?
9. Welche Beziehung besteht zwischen den Fourierkoeffizienten von Funktion $f\in L^2[\,-\pi\,,\,\pi\,]$ und Stammfunktion F?
10. Nenne den Satz von Riemann-Lebesgue.
11. Ist eine trigonometrische Reihe $\sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} c_k\,e^{ikx}$ stets Fourierreihe einer Funktion $f\in L^2[\,-\pi\,,\,\pi\,]$?
12. "Die Fourierreihe einer L^2-Funktion f konvergiert fast überall gegen $f(x)$." (Satz von Carleson) Warum ist diese Aussage nicht selbstverständlich?
13. Was ist ein Dirichletscher Kern, und wie wird er dargestellt?
14. Unter welchen Voraussetzungen gilt die Formel $\lim\limits_{N\to\infty} s_N(x) = \frac{1}{2}\big(\,f(x+0)+f(x-0)\,\big)$?
15. $\widetilde{f}\colon\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ sei 2π-periodisch und von C^k. Gib eine Übersicht über die Konvergenz der Fourierreihen für f und seine Ableitungen in Abhängigkeit von $k\geqslant 0$.

Dr. Marcus Wagner

BTU Cottbus, Mathematisches Institut, Lehrstuhl Optimierung

Vorlesung “Fourieranalysis” (FS 2003)

Testatfragen zur Vorlesung “Fourieranalysis” (II)

16. Welche Abschätzungen gelten für die Fourierkoeffizienten einer 2π-periodischen C^7-Funktion?

17. Was folgt für die Differenzierbarkeit einer 2π-periodischen Funktion $\widetilde{f}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $|\,\hat{f}(k)\,| \leqslant C \cdot |\,k\,|^{-n}$ $\forall\, k \neq 0$?

18. Erkläre: Gibbssches Phänomen bei der Rechteckschwingung.

19. Was versteht man unter dem Cesàro-Limitierungsverfahren für eine Reihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} c_k$?

20. Was ist ein Fejérscher Kern, und wie wird er dargestellt?

21. Nenne den Fejérschen Konvergenzsatz.

22. Unter welchen Voraussetzungen konvergiert die Fourierreihe von f gleichmäßig gegen $f(x)$?

23. Warum gibt es stetige Funktionen, die nicht zum Raum $L^1(\,-\infty\,,\,\infty\,)$ gehören?

24. Erkläre: Faltungsprodukt $f * g$ von $L^1(\,-\infty\,,\,\infty\,)$-Funktionen.

25. Welche Eigenschaften hat die Faltungsoperation?

26. Was ist eine approximative Einheit?

27. Definiere zu $f(t) \in L^1(\,-\infty\,,\,\infty\,)$ die Fouriertransformierte $\hat{f}(\omega)$.

28. Welche Beziehung besteht zwischen den Fouriertransformierten von Funktion f und Stammfunktion F aus $L^1(\,-\infty\,,\,\infty\,)$?

29. Wie lautet die Fouriertransformierte von $f_1 * f_2$?

30. Erläutere anhand des Fourierschen Umkehrsatzes und des Eindeutigkeitssatzes die Grundgedanken der Fouriertransformation.